

## **WYMAGANIA EDUKACYJNE NA POSZCZEGÓLNE OCENY Z MATEMATYKI W KLASIE DRUGIEJ**

**Wymagania edukacyjne zostały opracowane zarówno dla poziomu podstawowego, jak i rozszerzonego. Uczeń realizujący zakres rozszerzony zobowiązany jest opanować wiadomości i umiejętności z poziomu podstawowego.**

### **ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ**

**Na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne ( $ax^2 + bx = 0$ ,  $ax^2 + c = 0$ ) metodą rozkładu na czynniki;
- określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
- dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
- rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
- przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
- odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
- znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- stosować wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego;
- ustalać znaki miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie znaków jej współczynników;
- obliczać wartości wyrażeń, w których występują miejsca zerowe funkcji kwadratowej, bez

obliczania tych miejsc zerowych;

- obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzorów Viète'a;
- wykonywać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych;
- rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych,
- rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego;
- sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań;
- sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- ilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory rozwiązań nierówności typu  $y \geq ax^2 + bx + c$  oraz wykonywać działania na takich zbiorach.

**Na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
- rozwiązywać równanie postaci  $|f(x)| = b$ , gdzie  $f$  jest funkcją kwadratową;
- wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
- wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej  $f$  liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji określonej za pomocą różnych wzorów na różnych przedziałach;

- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej własnościach, np. o sumie kwadratów jej miejsc zerowych;
- stosować wzory Viète'a w zadaniach na dowodzenie;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać układy równań z wartością bezwzględną prowadzące do równań kwadratowych;
- zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
- rozwiązywać zadania z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète'a;
- wyznaczać zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej w zależności od parametru;
- wyznaczać wartości parametru, dla których dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych przedstawiających np. sumę kwadratów pierwiastków równania kwadratowego z parametrem;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej;
- rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem i z wartością bezwzględną.

### **Na ocenę celującą (6)**

#### **na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

#### **na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej.

## WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE

**Na dopuszczającą (2) lub dostateczną (3)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów;
- określać stopień wielomianu;
- obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów;
- dodawać i odejmować wielomiany;
- mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów;
- sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki;
- rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki;
- wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych;
- określać stopień wielomianu wielu zmiennych;
- obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych;
- określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$ ,  
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$  w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- zapisywać sumy algebraiczne w postaci  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$ ,  
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ;
- przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia;
- stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;

- dzielić wielomiany pisemnie;
- zapisywać wielomiany w postaci  $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$ , mając dane wielomiany  $W$  i  $P$ ;
- stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta;
- dzielić wielomian przez dwumian  $x - a$  przy użyciu schematu Hornera;
- rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;
- określać krotność pierwiastka wielomianu;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą siatki znaków;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą przybliżonego wykresu wielomianu;
- rozwiązywać układy nierówności wielomianowych;
- podawać przykłady nierówności wielomianowych, mając dany zbiór ich rozwiązań;
- sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
- dodawać i odejmować wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu);
- rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub kwadratowych;
- rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności wielomianowych zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych;
- wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej;
- przekształcać wzór funkcji homograficznej do postaci  $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ ;
- rysować wykres i podawać własności funkcji  $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ .

**Na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony dany warunek;
- wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania;

- stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;
- stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie;
- znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
- stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
- wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy).

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- obliczać sumę współczynników wielomianu;
- stosować w zadaniach wzór na kwadrat sumy trzech składników;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki;
- rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany typu  $x^4 + 1$  lub  $x^4 + x^2 + 1$ ;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów;
- rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem pierwiastków wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych wielomianu;
- rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem;
- wykorzystywać nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem;
- znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
- stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dane wyrażenia wymierne były równe;
- rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące wydajności pracy);
- rozwiązywać równania wymierne z wartością bezwzględną;

- rozwiązywać nierówności wymierne z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem wymagające rozwiązania prostych równań i nierówności wymiernych;
- rozwiązywać zadania dotyczące liczby rozwiązań równań wymiernych postaci  $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ , gdzie wzór funkcji  $f$  jest zapisany za pomocą parametru;
- rysować wykres funkcji typu  $y = \frac{x^2-1}{x-1}$  i wyznaczać jej zbiór wartości;
- rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną;
- rozwiązywać układy równań wymiernych prowadzące do równań kwadratowych;
- rozwiązywać graficznie równania, nierówności lub układy równań, korzystając z wykresów funkcji homograficznych.

### **Na ocenę celującą (6)**

#### **na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany postaci np.  $x^4 + 1$  lub  $x^4 + x^2 + 1$ ;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wielomianów.

#### **na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- udowodnić poprawność schematu Hornera;
- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych lub pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- wyznaczać resztę z dzielenia wielomianu przez iloczyn wielomianów, znając reszty z dzielenia tego wielomianu przez poszczególne czynniki;
- rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów i funkcji wymiernych.

## **PLANIMETRIA**

**Na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
- wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;
- wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
- określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
- korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
- korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
- stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
- stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
- obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
- stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
- rozpoznawać figury podobne;
- obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
- poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
- stosować w zadaniach własności środków trójkąta;
- stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- korzystać z własności okręgów stycznych;



- rozstrzygać, czy na danym czworokącie można opisać okrąg;
- stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;
- rozstrzygać, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg;
- stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych.

**Na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;
- korzystać z własności okręgów stycznych;
- korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
- stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;
- stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
- stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
- rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym;
- stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
- stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
- korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- korzystać z własności stycznych do okręgu i własności okręgów stycznych w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
- stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;

- stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych.

### **Na ocenę celującą (6)**

#### **na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie Talesa;
- udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
- stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych
- rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

#### **na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- udowodnić twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg;
- udowodnić twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu;
- udowodnić twierdzenia o punktach szczególnych w trójkącie: punkcie przecięcia symetralnych boków, wysokości, dwusiecznych kątów wewnętrznych oraz o środkowych;
- udowodnić twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące punktów szczególnych w trójkącie, podobieństwa figur, okręgów i prostych, kątów w kole oraz wielokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.

## FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

**Na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach;
- obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;
- konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną);
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią  $x$ ;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego:  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ,  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ ,  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  w prostych przypadkach;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów;
- stosować wzór  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ , gdzie  $\alpha$  jest kątem ostrym;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego;
- prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych;
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych;
- stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta  $180^\circ - \alpha$  do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych;
- korzystać ze wzoru na pole trójkąta  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$  w przypadku kąta rozwartego;
- stosować w zadaniach podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ;

- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych.

**Na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;
- wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
- stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
- korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
- udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość  $\sin \alpha + \cos \alpha$ , obliczyć  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;
- wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;

- stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
- sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
- korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
- udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość  $\sin \alpha + \cos \alpha$ , obliczyć  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

### **Na ocenę celującą (6)**

#### **na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- udowodnić wzory redukcyjne dla kątów rozwartych;
- wyprowadzić wzór  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ ;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, np. zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach.

#### **na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- wyprowadzić wzory na dokładne wartości funkcji trygonometrycznych niektórych kątów, np.  $15^\circ$ ,  $22,5^\circ$ ,  $105^\circ$ .

## **FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE**

### **Na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3)**

#### **na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;

- wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej;
- stosować w zadaniach wzory na logarytm iloczynu i ilorazu;
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi;
- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- rozwiązywać graficznie układ dwóch równań lub nierówności, z których co najmniej jedno jest równaniem wykładniczym;
- stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu;
- odczytywać z wykresów funkcji  $f$  i  $g$  rozwiązanie nierówności  $f(x) \leq g(x)$ , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać proste równania wykładnicze typu  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ;
- rozwiązywać proste nierówności wykładnicze typu  $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ ;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne typu  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ ;
- rozwiązywać proste nierówności logarytmiczne typu  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ .

**Na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- wyznaczać dziedzinę funkcji typu  $f(x) = \log_a(g(x))$ ;
- odczytywać z wykresów funkcji  $f$  i  $g$  rozwiązanie nierówności  $f(x) \leq g(x)$ , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- sporządzać wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznych (i wykładniczych) zapisanych różnymi wzorami w różnych przedziałach;
- wyznaczać dziedzinę funkcji typu  $f(x) = \log_a(g(x))$ ;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące określania dziedziny złożonej funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać równania wykładnicze metodą podstawiania;
- rozwiązywać proste równania logarytmiczne metodą podstawiania.

**Na ocenę celującą (6)**

**na poziomie podstawowym uczeń potrafi:**

- udowodnić wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.

**na poziomie rozszerzonym uczeń potrafi:**

- rozwiązywać równania wykładnicze (logarytmiczne) z parametrem.

**Wymagania edukacyjne dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi:**

- dostosowanie według opinii/orzeczenia PPP lub innej poradni specjalistycznej